

7 - Cup drum

aneb jak na zvučný kelímek

Karel Kolář

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze

<http://www.mff.cuni.cz>

TALNET o. s.

<http://www.talnet.cz>

27. října 2010



Osnova

- 1 **Úvod**
 - Osnova
 - Zadání
- 2 **Teorie**
 - Nejjednodušší odhad
 - Další přiblížení
- 3 **Měření**
 - Čím měřit?
 - Čím zpracovávat?
- 4 **Srovnání**
- 5 **Závěr**
 - Sponzoři



Zadání problému 7 - Cup drum

Originální znění

A **plastic cup** is held upside-down and **tapped** on its base. Investigate the **sound** produced when the open end of the cup is **above, on or below a water surface**.

Slovenské zadání - Bubon z pohárika

Plastový pohárik držíme hore dnom a búchame po dne. Ako sa mení zvuk, ktorý pohárik vydáva, ak je otvorený koniec pohára nad hladinou vody, na nej a pod ňou?

Český neoficiální překlad - Kelímkový bubínek

Ťukejme na dno **plastového kelímku** v poloze dnem vzhůru. Prozkoumejte **zvuk**, který kelímkem produkuje, pokud je jeho otevřený konec **nad, na hladině nebo pod vodou**.

Zadání problému 7 - Cup drum

Originální znění

A **plastic cup** is held upside-down and **tapped** on its base. Investigate the **sound** produced when the open end of the cup is **above, on or below a water surface**.

Slovenské zadání - Bubon z pohárika

Plastový pohárik držíme hore dnom a búchame po dne. Ako sa mení zvuk, ktorý pohárik vydáva, ak je otvorený koniec pohára nad hladinou vody, na nej a pod ňou?

Český neoficiální překlad - Kelímkový bubínek

Ťukejme na dno **plastového kelímku** v poloze dnem vzhůru. Prozkoumejte **zvuk**, který kelímek produkuje, pokud je jeho otevřený konec **nad, na hladině nebo pod vodou**.

Zadání problému 7 - Cup drum

Originální znění

A **plastic cup** is held upside-down and **tapped** on its base. Investigate the **sound** produced when the open end of the cup is **above, on or below a water surface**.

Slovenské zadání - Bubon z pohárika

Plastový pohárik držíme hore dnom a búchame po dne. Ako sa mení zvuk, ktorý pohárik vydáva, ak je otvorený koniec pohára nad hladinou vody, na nej a pod ňou?

Český neoficiální překlad - Kelímkový bubínek

Ťukejme na dno **plastového kelímku** v poloze dnem vzhůru. Prozkoumejte **zvuk**, který kelímek produkuje, pokud je jeho otevřený konec **nad, na hladině** nebo **pod vodou**.

Konvence, kterých se budu snažit držet

- „Nahoře“ znamená u dna kelímku otočeného vzhůru
- „Dole“ znamená u otevřeného konce kelímku otočeného dnem vzhůru
- Kelímek budeme považovat za válec (jednodušší náčrtky, výpočty)



Schema kelímku

Teorie

Teorie

aneb jak by to mohlo být, když by fyzika kelímku fungovala podle jednoduchých předpokladů

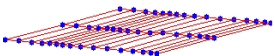


Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



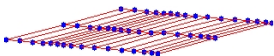
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



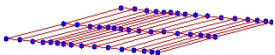
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



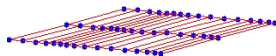
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



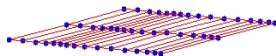
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



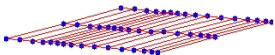
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



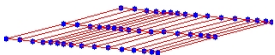
Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Nejjednodušší teorie

- Vyjdeme z rovnice harmonické postupné vlny a zamyslíme se, jak vlnu do kelímku „napasovat“.
- Nezapomínáme, že zvuk je podélné vlnění
- Zanedbáme zatím šířku kelímku
- Uvažujeme, že vzduch se těsně u plastu nehýbe
 - Otázka k zamyšlení: Není to nesmysl? Vždyť jsme tak zvuk vytvořili!
 - Odpověď: Vlastně nám nejde tolik o to, co zvuk vydalo, ale o to, jaké frekvence se nejvíce zesilují.

$$y = y_{max} \sin \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

y je okamžitá výchylka, y_{max} je amplituda, t je čas, T je perioda, x je pozice místa, kde měříme výchylku, λ je vlnová délka



Převzato z http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Podelna_vlna.gif

Teorie I

Nejprve pozice nad vodou

- Předpoklady na kmity
 - Nahoře uzel
 - Dole kmitna
 - Mezitím cokoliv
- Nejjednodušeji jde napasovat vlnu, jejíž čtvrtina vlnové délky je právě výška kelímku h . Nazývá se první harmonická. Můžeme ale napasovat vlny

$$\lambda = \frac{4h}{2k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v(2k-1)}{4h}$$



Teorie I

Nejprve pozice nad vodou

- Předpoklady na kmity
 - Nahoře uzel
 - Dole kmitna
 - Mezitím cokoliv
- Nejjednodušeji jde napasovat vlnu, jejíž čtvrtina vlnové délky je právě výška kelímku h . Nazývá se první harmonická. Můžeme ale napasovat vlny

$$\lambda = \frac{4h}{2k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v(2k-1)}{4h}$$



Teorie I

Nejprve pozice nad vodou

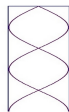
- Předpoklady na kmity
 - Nahoře uzel
 - Dole kmitna
 - Mezitím cokoliv
- Nejjednodušeji jde napasovat vlnu, jejíž čtvrtina vlnové délky je právě výška kelímku h . Nazývá se první harmonická. Můžeme ale napasovat vlny

$$\lambda = \frac{4h}{2k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

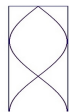
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v(2k-1)}{4h}$$



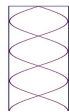
1. harmonická



3. harmonická



2. harmonická



4. harmonická



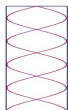
Teorie I

Nejprve pozice nad vodou

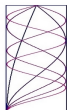
- Předpoklady na kmity
 - Nahoře uzel
 - Dole kmitna
 - Mezitím cokoliv
- Nejjednodušeji jde napasovat vlnu, jejíž čtvrtina vlnové délky je právě výška kelímku h . Nazývá se první harmonická. Můžeme ale napasovat vlny

$$\lambda = \frac{4h}{2k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

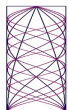
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v(2k-1)}{4h}$$



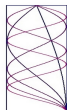
5. harmonická



Směska



Směska



Směska

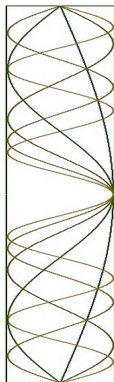
Teorie I

Pozice pod vodou (ale ne moc hluboko)

- Předpoklady na kmity
 - Nahoře uzel
 - Dole uzel
 - Mezitím cokoliv

$$\lambda = \frac{2h}{k} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{vk}{2h}$$



Teorie I

Jiné pozice - možné rozšíření teorie

- pod vodou - změna tlaku - tj. změna objemu \Rightarrow změna tlaku \Rightarrow změna rychlosti zvuku

$$v = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

κ je Poissonova konstanta (obvykle a např. pro vzduch $\kappa \approx \frac{7}{5} = 1,4$), p tlak v plynu, ρ hustota plynu

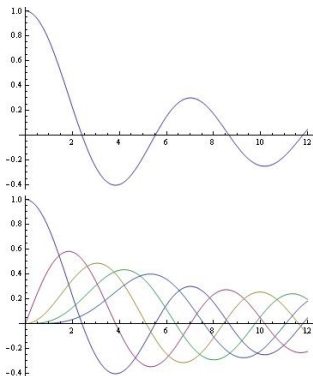
Vylepšená teorie

Dutinové rezonátory

- /CZ/ <http://muj.optol.cz/~bajer/skripta/kap7.pdf>
- Analogii můžeme hledat v elektromagnetismu
- /SK/ <http://www.drpf.fmph.uniba.sk/Mikrovlny/>
- Odvození můžete najít ve zmíněných zdrojích
- Vlnové délky charakteristické pro uzavřený válcový dutinový rezonátor jsou

$$\lambda = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{u_{mn}}{\pi r}\right)^2 + \left(\frac{k}{h}\right)^2}},$$

kde u_{mn} je n -tý kořen Besselovy funkce J_m (tj. m -tého řádu) a $k \in \mathbb{N}$



Nahoře Besselova funkce J nultého řádu, dole nultého až čtvrtého

Kořeny Besselovy funkce J

Číslo kořene n	Řád Besselovy funkce m					
	0	1	2	3	4	5
1	2,41	3,83	5,14	6,38	7,59	8,77
2	5,52	7,02	8,42	9,76	11,07	12,34
3	8,65	10,17	11,62	13,02	14,37	15,70
4	11,79	13,32	14,80	16,22	17,62	18,98
5	14,93	16,47	17,96	19,41	20,83	22,22

Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost

Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost

Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost

Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost

Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost



Co všechno můžeme použít pro měření?

Nepřeberné možnosti

- Mobil
- Diktafon
- Vlastní sluch
- Seismograf

Asi nejpraktičtější možnost

- Počítač + mikrofon
 - + Analýza
 - + Dostupnost
 - + Přenositelnost
 - + Relativní objektivnost

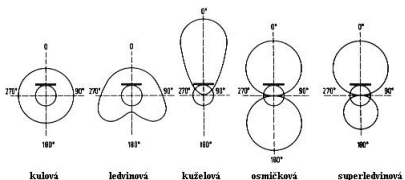
Co měřit

Jak měřit zvuk?

Měřit i intenzitu, nebo se zaměřit jenom na důležité frekvence?

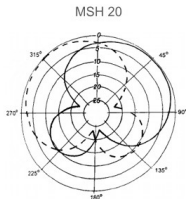
Mikrofon

- Pozor na charakteristiky mikrofonu!
 - Způsob funkce mikrofonu
 - Směrová charakteristika
 - Frekvenční citlivost
- <http://cs.wikipedia.org/wiki/Mikrofon>

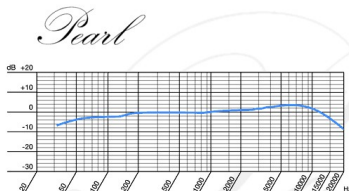


Převzato z <http://fyzika.jreichl.com/index.php?sekce=browse&page=383>

Ukázka (náhodného) mikrofonu a jeho charakteristik



Left / Right 300 Hz - 2 kHz



Převzato z

<http://www.janzaudio.cz/katalog/pearl/mikrofony/stereofonni/pearl-msh-20-p34.html>

Převzato z

<http://www.janzaudio.cz/katalog/pearl/mikrofony/stereofonni/pearl-msh-20-p34.html>

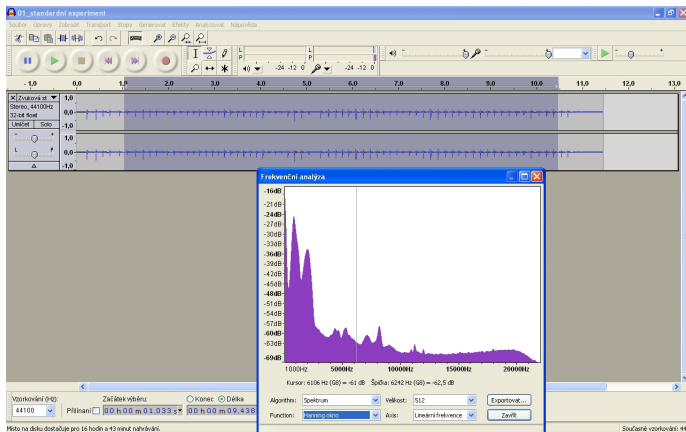
Audacity

- Jedním z dobrých programů je Audacity
- <http://audacity.sourceforge.net/>
- Free, open source software



Převzato z <http://audacity.sourceforge.net/>

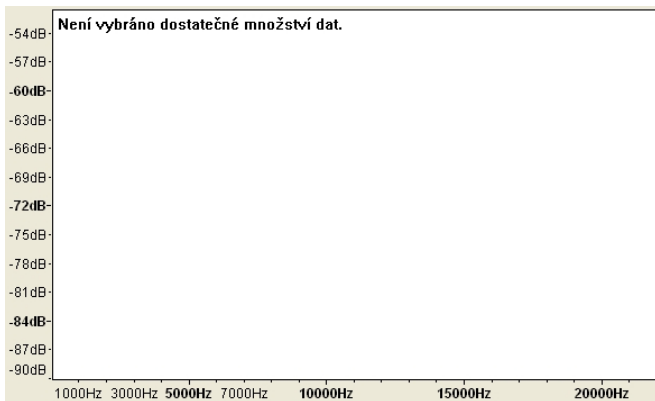
Audacity



Obrázek: Ukázka analýzy zvuku

Audacity - ukázka analýzy jednoho klepnutí

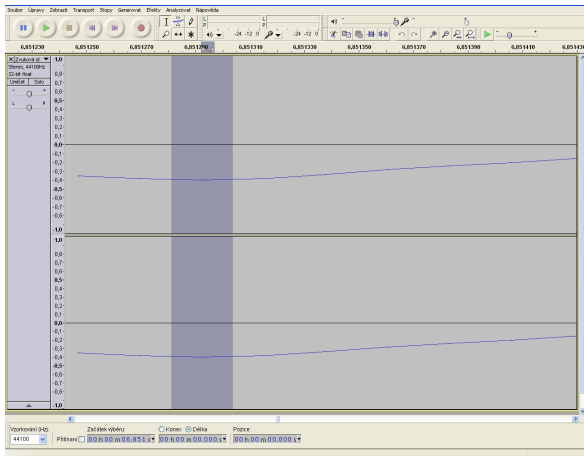
Zvuk braný těsně po klepnutí - tj. zvuk rezonujícího kelímku



Frekvenční analýza - vybráno 10 ms

Audacity - ukázka analýzy jednoho klepnutí

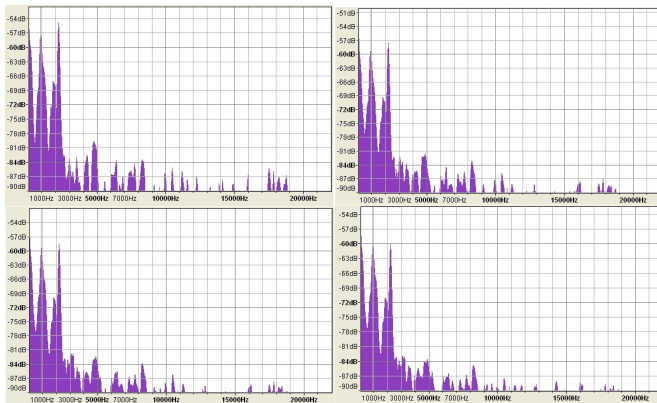
Zvuk brány těsně po klepnutí - tj. zvuk rezonujícího kelímku



Rozlišení mikrofону

Audacity - ukázka analýzy jednoho klepnutí

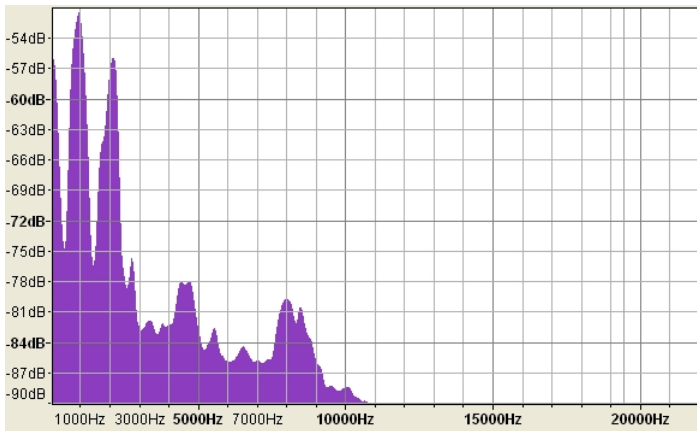
Zvuk brány těsně po klepnutí - tj. zvuk rezonujícího kelímku



Frekvenční analýza - vybráno 20 ms (vlevo nahoře), 30 ms (vpravo nahoře), 40 ms (vlevo dole), 50 ms (vpravo dole)

Audacity - ukázka analýzy delší doby klepání

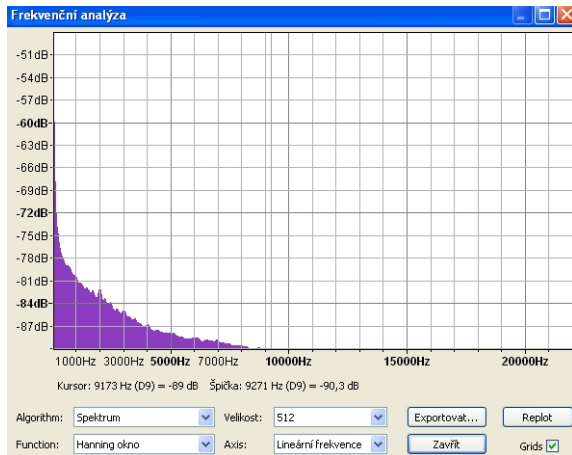
Zvuk braný z doby cca 10 s, cca 50 klepnutí, kelímek cca 5 cm nad hladinou



Ukázka analýzy zvuku

Audacity - šum

Šum braný ve stejné místnosti za prakticky stejných podmínek jako na předchozím slidu



Ukázka šumu u mě doma v noci



Naměřená data s porovnáním s teorií

Pro kelímek s výškou $h \approx 14$ cm vnitřním průměrem spodní postavy $d_1 \approx 6,5$ cm a horní $d_2 \approx 8,5$ cm - aproximujeme válcem s průměrem $d = 2r \approx 7,5$ cm, na kelímek obvykle klepáno bříškem prstu a držen byl

V analýze jsou jenom vybrané peaky

A	B	C	D	E	F	α	β	Bessel
521	503			497	541			
733	707	661	682	865			607	
1017	1005	1025	928		949			
1419	1376	1374	1417			1214		
1710	1678			1764				
1951		1947	1809		1839		1821	
	2443			2159		2428		
2891	3060	2935		2816			3035	
3341	3413	3233	3208	3422	3451			3470
3857		3748	3824	3786		3643		3677
		4448					4250	4236
		4696			4604	4857		
5158			5204		5068			5031

A = 10 cm nad vodou, B = 2 cm nad vodou, C = ponořené těsně na hladině, D = 4 cm pod vodou, E = 10 cm nad stolem, F = 10 cm nad stolem nehtem,

α = uzavřený rezonátor, β = otevřený rezonátor, Bessel = dutinový rezonátor s módem $(k, m, n) = (k_a, 0, 1)$, kde $k_a \in \{0, 1, 2, 3\}$



Proč to nevyšlo

Aneb proč budete muset s prezentovanou teorií ještě něco provést sami

- Předpoklad nekmitajícího kelímku může být chybný
- Držení kelímku není pevné - člověk je nedokonalý a sám si do toho ještě klepe
- U hladiny jsme předpokládali, že se nehýbe asi úplně mimo
- Klepáním se můžeme dostat docela dobře do rezonance - to s tím taky může hýbat
- Zajímavý je rozdíl v různých výškách nad vodou
- Další rozdíl je mezi měření nad stolem a nad vodou
- Nezáleží na síle a povaze úderu?

Proč to nevyšlo

Aneb proč budete muset s prezentovanou teorií ještě něco provést sami

- Levný mikrofon + neodstraněný šum - jaká to je asi chyba?
- Kelímek není válec
- Kelímek má povrchovou strukturu (nebývá úplně rovný)
- Nemůže hrát roli velikost vodní plochy? Pokus byl prováděn v obyčejném hrnci

Poděkování sponzorům

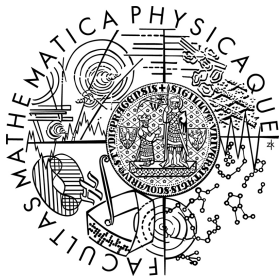


„Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti.“

Projekt A-NET je financován Evropským sociálním fondem, rozpočtem ČR a MHMP.



Domovské organizace



MFF UK

Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzity Karlovy v Praze

TALNET

Online k přírodním vědám!



Poděkování za pozornost

Těm, kterým prezentuji

Děkuji za pozornost.

Těm, kteří si prezentaci čtou staženou z internetu

Děkuji, že jste dočetli až sem.

+ přání do všech kol soutěže

Přeji všem, aby se při přípravování úloh mnohému přiučili, dostali se v rámci soutěže co nejdále a hlavně, aby si užili spoustu legrace při fyzice ;)